PFG 2011 / 2, 057–069
Stuttgart, March 2011

Article

Kleinste-Quadrate-Zuordnung mit erweiterten geometrischen Transformationen

Folkmar Bethmann & Thomas Luhmann, Oldenburg

Keywords: Kleinste-Quadrate-Zuordnung, Least-Squares Matching, Genauigkeit

Summary: *Least-squares Matching with Advanced Geometric Transformation Models.* Least-squares matching (LSM) for area-based image matching is a well known technique in photogrammetry and computer vision since more than two decades. Differences between two or more images can be modelled by estimating geometric and radiometric transformation functions within the functional model. Commonly the affine transformation is used as geometric transformation. Since this approach is not strict in terms of the projective imaging model, it is worthwhile to investigate alternative transformation models.

Based on special close-range applications this paper presents an advanced least-squares matching algorithm that uses the projective transformation model and polynomial transformations to handle geometric distortions between the images. In the first part a detailed description of the functional model is given for both approaches. In the second part the results of different tests are presented. The first test uses synthetic image data to investigate the 2D accuracy of the matching results (image coordinates). Within the second test a calibrated 3D reference body is used to investigate the 3D accuracy of point clouds that have been created with the PISA software for 3D free-form measurements by using the different matching approaches. All tests have shown that the polynomial transformation model yields to results with highest accuracy. The affine and the projective model yield to distinct systematic deviations, especially for the non-plane surface of the 3D reference body.

Zusammenfassung: Die photogrammetrische Bildzuordnung durch Kleinste-Quadrate-Zuordnung hat sich in den letzten zwei Jahrzehnten als praktikable Methode zur subpixelgenauen Lösung des Korrespondenzproblems in den Bereichen Photogrammetrie und Computer Vision etabliert. Veröffentlichungen zum Thema basieren in der Regel auf der vereinfachten Annahme, dass sich die geometrische Beziehung zwischen einem Referenz- und *n* Suchfenstern durch die Affintransformation ausreichend gut beschreiben lässt. Motiviert durch spezielle Anwendungen mit einer kalibrierten Stereokamera in der Nahbereichsphotogrammetrie stellt der vorliegende Beitrag zwei Erweiterungen des Ansatzes hinsichtlich der zu verwendenden Geometrietransformationen vor: anstelle der Affintransformation werden die Projektivtransformation und die Polynomtransformation eingesetzt. Das funktionale Modell wird für beide Ansätze umfassend beschrieben. Die verschiedenen Ansätze werden anhand von synthetisch erzeugten Bilddaten sowie unter Verwendung eines kalibrierten Referenzkörpers untersucht. Die Tests zeigen, dass bei der hier gegebenen speziellen Aufgabenstellung mit je zwei konvergenten Messbildern höchste Zuordnungsgenauigkeiten mit dem Ansatz der Polynomtransformation erreicht werden und bei Verwendung der Affin- und Projektivtransformation z. T. deutliche systematische Abweichungen auftreten.

1 Einleitung

Die Entwicklung der Kleinsten-Quadrate-Zuordnung (Least-Squares Matching – LSM) als bildraumbasiertes Zuordnungsverfahren durch geometrische und radiometrische Anpassung zweier oder mehrerer Bildausschnitte zu einem Referenzbild (Template) vollzog sich zu Beginn der 1980er Jahre. Die Formulierung der Zuordnung als Kleinste-Quadrate Aufgabe durch Beobachtung von Grauwertdifferenzen im eindimensionalen Fall (Verwendung

www.schweizerbart.de
DOI: 10.1127/1432-8364/2011/0073
1432-8364/11/0073 $ 3.25

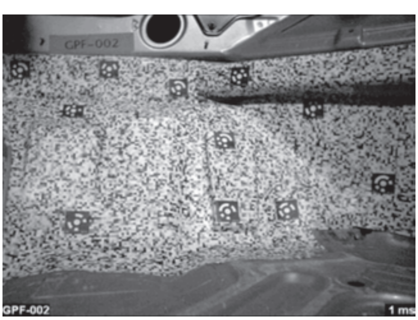
einer Bildzeile) unter Berücksichtigung von zunächst einem Translationsparameter findet sich bei Förstner (1982). Die Erweiterung der Methode auf den zweidimensionalen Fall (Verwendung von rechteckigen oder quadratischen Bildfenstern) und die Hinzunahme von zusätzlichen Geometrie- und Radiometrieparametern wurde von Förstner (1984), Ackermann (1984), Pertl (1984) und Grün (1985a) vorgenommen. Die genannten Autoren legen konsequent die Affintransformation als lineare Geometrietransformation zugrunde, teilweise mit dem Hinweis auf deren beschränkte Einsetzbarkeit unter der Voraussetzung, dass genügend kleine Bildfenster verwendet werden und die betrachtete Objektoberfläche partiell eben ist. In den folgenden Jahren sind zahlreiche interessante Modifizierungen vorgenommen worden, als Beispiele seien die Einführung von Nachbarschaftsbedingungen durch Formulierung von Lagekorrespondenzen für die Eckpunkte benachbarter Bildfenster (Grün 1985b) und die Erweiterung des Ansatzes auf die Mehrbildauswertung mit geometrischen Bedingungen von Grün & Baltsavias (1988) genannt. Verallgemeinerungen hin zum objektraumbasierten Zuordnungsansatz finden sich z. B. bei Wrobel (1987), Ebner et al. (1987) oder Schneider (1991).

Die Praktikabilität des Verfahrens ist für ganz unterschiedliche Anwendungen, beispielsweise zur Erfassung komplexer Oberflächen (Remondino 2003) oder zur dynamischen Bildsequenzauswertung zur Deformationsanalyse in hochdynamischen Prozessen (Bethmann et al. 2009), belegt.

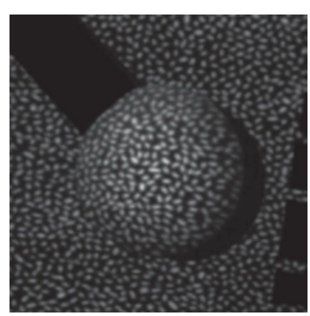
Motivation für die hier vorgelegte Arbeit sind spezielle Anwendungen in der Nahbereichsphotogrammetrie, bei denen stark gekrümmte Oberflächen mit konvergenten Stereoaufnahmen erfasst werden (Beispiele in Abb. 1). Hierbei können häufig nicht optimal aufgelöste Oberflächentexturen bereitgestellt werden. Folge dieser Aufnahmekonfigurationen sind perspektiv stark verzerrte Bilder.

Eine mathematisch strenge Beschreibung der geometrischen Beziehungen im LSM ist bei konsequenter Annahme von differenziell ebenen Oberflächenstücken und ebener Bildsensoren durch eine affine Koordinatentransformation gegeben. In Abhängigkeit des Bildmaßstabes können differenziell kleine Bildfenster jedoch aufgrund von Oberflächenkrümmungen oder nicht mehr auflösbaren Texturen (fehlenden Bildgradienten) nicht immer realisiert werden.

Die geometrisch strenge Abbildung größerer (nicht differenzieller) ebener Objektoberflächen ist durch Verwendung der ebenen Projektivtransformation gegeben (Gleichung (8)). Das funktionale Modell des LSM wird dann deutlich komplexer, da die Transformationsfunktionen nicht mehr linear sind. Zur Modellierung von Krümmungen, wie sie z. B. bei der Beobachtung von nicht-ebenen Objektoberflächen zu erwarten sind, bietet sich der Ansatz der Polynomtransformation (Gleichung (20)) an. Erste Ergebnisse dazu wurden in Bethmann & Luhmann (2010) publiziert, die in diesem Beitrag um Untersuchungen zur Abhängigkeit von Fenstergrößen erweitert werden.



a) Fußraum im Automobil



b) Messung einer Kugel nach VDI 2634/2

Abb. 1: Beispiele zur Anwendung von LSM bei stark gekrümmten Objekten im Nahbereich.

Im Folgenden wird zunächst die Aufstellung des funktionalen Modells detailliert für den Ansatz der Projektiv- und den Ansatz der Polynomtransformation (2. Grades) beschrieben. Anschließend wird untersucht, ob sich durch die Erweiterungen generell eine Steigerung der Zuordnungsgenauigkeit ergibt.

In Abschnitt 3.1 steht dabei die Untersuchung der 2D-Genauigkeit (Tests an synthetischen Bilddaten) im Vordergrund. Darüber hinaus wird der Zusammenhang zwischen der Größe der in der Bildzuordnung verwendeten Fenster und der erreichbaren Zuordnungsgenauigkeit untersucht.

Im Abschnitt 3.2 werden die erweiterten Ansätze in einen Algorithmus zur 3D-Freiformerfassung integriert. Es können dann Messungen an einem kalibrierten 3D-Referenzkörper durchgeführt und 3D-Soll-Ist-Abweichungen berechnet und visualisiert werden.

2 Das funktionale Modell

Gegeben seien die Bildfunktionen zweier gleich großer Bildausschnitte:

$g'(x',y')$ (Bild 1)
$g''(x'',y'')$ (Bild 2)

Wesentliche Annahme bei der Kleinsten-Quadrate-Zuordnung ist, dass sich die Bildfunktion des ersten Bildausschnittes nach Anwendung von zu definierenden geometrischen und radiometrischen Transformationen bis auf einen durch Rauschen verursachten Anteil rechnerisch in die Bildfunktion eines zweiten (bis n-ten) Bildausschnittes überführen lässt.

Die geometrische Transformation stellt dabei einen funktionalen Zusammenhang zwischen korrespondierenden Bildpositionen her, so dass sich die Koordinaten des zweiten Bildes als Funktionen der Koordinaten des ersten Bildes darstellen lassen:

$$\begin{aligned} x'' &= f_x(x',y') \\ y'' &= f_y(x',y') \end{aligned} \tag{1}$$

Unter Berücksichtigung der Rauschanteile $e'(x',y')$ and $e''(x'',y'')$ lässt sich der geometrische Zusammenhang der beiden Bildfunktionen mit

$$\begin{aligned} &g'(x',y') + e'(x',y') \\ &= g''(f_x(x',y'),f_y(x',y')) + e''(x'',y'') \end{aligned} \tag{2}$$

beschreiben. Das Ergebnis der Transformation nach (1) ist nicht ganzzahlig, daher muss der Grauwert g'' über eine zu definierende Interpolationsfunktion bestimmt werden.

Für die Funktionen f_x und f_y lassen sich im Prinzip beliebige zweidimensionale Koordinatentransformationen einsetzen. Die detaillierte Beschreibung für die Projektiv- und die Polynomtransformation folgt in den Abschnitten 2.1 und 2.2.

Zur radiometrischen Transformation wird in der Regel eine lineare Grauwertstreckung durch Einführung zweier weiterer Parameter verwendet:

$$\begin{aligned} &g'(x',y') + e'(x',y') \\ &= r_0 + r_1 \cdot g''(f_x(x',y'),f_y(x',y')) + e''(x'',y'') \end{aligned} \tag{3}$$

Die Gleichung (3) stellt das funktionale Modell zur Formulierung der Aufgabe als eine Kleinste-Quadrate-Lösung dar. Ziel ist es, die Quadratsumme der Grauwertdifferenzen zwischen den Bildfunktionen zu minimieren. Der funktionale Zusammenhang ist nicht linear, daher muss eine Linearisierung an Näherungswerten durchgeführt werden. Die Linearisierung für die Transformationsparameter der eingesetzten Geometrietransformationen ist in Abschnitt 2.1 (Projektivtransformation) und in Abschnitt 2.2 (Polynomtransformation) beschrieben. Die Linearisierung der Bildfunktion geschieht durch Bildung der Grauwertgradienten:

$$\begin{aligned} g_x &= \frac{\partial g''^0(x'',y'')}{\partial x''} \\ g_y &= \frac{\partial g''^0(x'',y'')}{\partial y''} \end{aligned} \tag{4}$$

Die Grauwertgradienten müssen numerisch durch geeignete Methoden (z. B. Roberts-Gradient) bestimmt werden.

Nach Bildung der Grauwertdifferenzen und Substitution der Rauschanteile zu

$$v(x',y') = e'(x',y') - e''(x'',y'') \tag{5}$$

ist nun die Aufstellung eines Gleichungssystems mit den linearisierten Verbesserungsgleichungen möglich. Die Zuschläge für die Transformationsparameter lassen sich im Unbekanntenvektor $\hat{\mathbf{x}}$, die Differentialquotienten in der Designmatrix **A**, die Verbesserungen im Vektor **v** und die Grauwertdifferenzen im Beobachtungsvektor **l** zusammenfassen. Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\underset{n,1}{\mathbf{l}} + \underset{n,1}{\mathbf{v}} = \underset{n,u}{\mathbf{A}} \cdot \underset{u.n}{\hat{\mathbf{x}}} \tag{6}$$

mit

n: Anzahl der Beobachtungen (= Anzahl der Pixel des Templates)

u: Anzahl der Unbekannten (6 bis 12 Geometrie- und 2 Radiometrieparameter)

Die Lösung des Systems nach der L2-Norm ergibt:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}) \tag{7}$$

Sollen alle Beobachtungen gleich gewichtet werden, wird die Gewichtsmatrix **P** als Einheitsmatrix initialisiert. Unter Umständen ist es sinnvoll, eine Gewichtung einzuführen, die bestimmte Bereiche des Referenzbildes stärker gewichtet (z. B. die Fenstermitte). Die Gewichtung kann über definierte Gewichtsfunktionen erfolgen (Piechel 1991).

Die Lösung von (7) erfolgt iterativ. Da in den Differentialquotienten teilweise die Unbekannten enthalten sind, ist es erforderlich die A-Matrix in jeder Iteration neu aufzubauen.

Die Qualität der Näherungswerte – und hier insbesondere die der Translationsparameter – ist entscheidend für den Erfolg der Zuordnung. Erfahrungsgemäß sollten die Translationsparameter auf etwa ein Drittel der für die Zuordnung gewählten Fenstergröße bekannt sein.

2.1 *Projektivtransformation*

Im Folgenden wird die Linearisierung des funktionalen Modells beschrieben, wenn für die Geometrietransformation in (1) die Projektivtransformation eingesetzt wird. Der Ansatz der Projektivtransformation lautet:

$$x'' = f_x(x', y') = \frac{a_0 + a_1 x' + a_2 y'}{1 + c_1 x' + c_2 y'}$$

$$y'' = f_y(x', y') = \frac{b_0 + b_1 x' + b_2 y'}{1 + c_1 x' + c_2 y'} \tag{8}$$

Es sind acht Parameter zu bestimmen, wobei die Parameter a_0 und b_0 die relative Verschiebung der Bildausschnitte zueinander in x- und y- Richtung beschreiben. Der Zähler beschreibt eine Affintransformation, der Nenner enthält den Einfluss der Zentralprojektion. Werden die Transformationsfunktionen in (3) eingesetzt und linearisiert, ergeben sich die Verbesserungsgleichungen mit:

$$\begin{aligned} v(x', y') = {} & r_0{}^0 + r_1{}^0 \cdot g''^0 (f_x(x'^0, y'^0), f_y(x'^0, y'^0)) \\ & + \left(\frac{\partial g''}{\partial a_0}\right)^0 da_0 + \left(\frac{\partial g''}{\partial a_1}\right)^0 da_1 + \left(\frac{\partial g''}{\partial a_2}\right)^0 da_2 \\ & + \left(\frac{\partial g''}{\partial c_1}\right)^0 dc_1 + \left(\frac{\partial g''}{\partial c_2}\right)^0 dc_2 \\ & + \left(\frac{\partial g''}{\partial b_0}\right)^0 db_0 + \left(\frac{\partial g''}{\partial b_1}\right)^0 db_1 + \left(\frac{\partial g''}{\partial b_2}\right)^0 db_2 \\ & + \left(\frac{\partial g''}{\partial c_1}\right)^0 dc_1 + \left(\frac{\partial g''}{\partial c_2}\right)^0 dc_2 \\ & + \left(\frac{\partial g''}{\partial r_0}\right)^0 dr_0 + \left(\frac{\partial g''}{\partial r_1}\right)^0 dr - g'(x', y') \end{aligned} \tag{9}$$

Es ist zu beachten, dass die Differentialquotienten für die Parameter c_1 und c_2 jeweils zweimal enthalten, aber nicht identisch sind, da für beide Parameter jeweils einmal in f_x und einmal in f_y eine partielle Ableitung gebildet wird. Diese können zusammengefasst werden.

Die partiellen Ableitungen nach den Geometrieparametern setzen sich zusammen aus der Ableitung der äußeren Funktion (Bildfunktion, s. Abschnitt 2) und den inneren Funktionen (Geometrietransformationsfunktion). Die Differentialquotienten für alle zehn unbekannten Transformationsparameter lauten im Einzelnen:

$$\frac{\partial g''}{\partial a_0} = r_1 \cdot g_x \cdot \frac{1}{1 + c_1 x' + c_2 y'} \tag{10}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_1} = r_1 \cdot g_x \cdot x' \cdot \frac{1}{1 + c_1 x' + c_2 y'} \tag{11}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_2} = r_1 \cdot g_x \cdot y' \cdot \frac{1}{1+c_1 x' + c_2 y'} \tag{12}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_0} = r_1 \cdot g_y \cdot \frac{1}{1+c_1 x' + c_2 y'} \tag{13}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_1} = r_1 \cdot g_y \cdot x' \cdot \frac{1}{1+c_1 x' + c_2 y'} \tag{14}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_2} = r_1 \cdot g_y \cdot y' \cdot \frac{1}{1+c_1 x' + c_2 y'} \tag{15}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial r_0} = 1 \tag{16}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial r_1} = g''^0 (x'', y'') \tag{17}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial c_1} = -r_1 \cdot x' \left(g_x \cdot \frac{a_0 + a_1 x' + a_2 y'}{(1+c_1 x' + c_2 y')^2} + g_y \cdot \frac{b_0 + b_1 x' + b_2 y'}{(1+c_1 x' + c_2 y')^2} \right) \tag{18}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial c_2} = -r_1 \cdot y' \left(g_x \cdot \frac{a_0 + a_1 x' + a_2 y'}{(1+c_1 x' + c_2 y')^2} + g_y \cdot \frac{b_0 + b_1 x' + b_2 y'}{(1+c_1 x' + c_2 y')^2} \right) \tag{19}$$

2.2 *Polynomtransformation*

Im Folgenden wird die Linearisierung des funktionalen Modells beschrieben, wenn für die Geometrietransformation in (1) die Polynomtransformation eingesetzt wird. Die allgemeine Form der Polynomtransformation lautet:

$$x'' = f_x(x', y') = \sum_{j=0}^{n} \sum_{i=0}^{j} a_{ji} \cdot x'^{\,j-i} \cdot y'^{\,i}$$

$$y'' = f_y(x', y') = \sum_{j=0}^{n} \sum_{i=0}^{j} b_{ji} \cdot x'^{\,j-i} \cdot y'^{\,i} \tag{20}$$

Der Parameter n legt den Grad der Funktion fest und führt für n=1 zu einer Affintransformation. Im Folgenden wird mit n=2 ein Polynom 2. Grades betrachtet. Es sind dann mit $a_{00}, a_{10}, a_{11}, a_{20}, a_{21}, a_{22}$, $b_{00}, b_{10}, b_{11}, b_{20}, b_{21}, b_{22}$ zwölf Parameter zu bestimmen, wobei die Parameter a_{00} und b_{00} die relative Verschiebung der Bildausschnitte zueinander in x- und y-Richtung beschreiben.

Analog zu (9) müssen die Verbesserungsgleichungen linearisiert werden. Die Differentialquotienten lauten im Einzelnen:

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{00}} = r_1 \cdot g_x \cdot 1 \tag{21}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{10}} = r_1 \cdot g_y \cdot x' \tag{22}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{10}} = r_1 \cdot g_x \cdot x' \tag{23}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{11}} = r_1 \cdot g_y \cdot y' \tag{24}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{11}} = r_1 \cdot g_x \cdot y' \tag{25}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{20}} = r_1 \cdot g_y \cdot x'^2 \tag{26}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{20}} = r_1 \cdot g_x \cdot x'^2 \tag{27}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{21}} = r_1 \cdot g_y \cdot x' \cdot y' \tag{28}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{21}} = r_1 \cdot g_x \cdot x' \cdot y' \tag{29}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{22}} = r_1 \cdot g_y \cdot y'^2 \tag{30}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial a_{22}} = r_1 \cdot g_x \cdot y'^2 \tag{31}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial r_0} = 1 \tag{32}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial b_{00}} = r_1 \cdot g_y \cdot 1 \tag{33}$$

$$\frac{\partial g''}{\partial r_1} = g''^0 (x'', y'') \tag{34}$$

3 Untersuchungen

Im Folgenden werden zwei Tests zur Genauigkeitsuntersuchung beschrieben. Der erste Test (Abschnitt 3.1) hat zum Ziel, die Genauigkeit der aus der Bildzuordnung resultierenden Bildkoordinaten zu ermitteln. Hierzu werden synthetische Bilddaten erzeugt, so dass Sollwerte für die im LSM zu schätzenden Parameter vorab bekannt sind. Auf diese Weise kann nicht nur die korrekte Implementierung der Algorithmen geprüft, sondern auch die Genauigkeit der Bildzuordnung über Soll-Ist-Vergleiche ermittelt werden. Bei der Durchführung der Kleinsten-Quadrate-Zuordnung spielen verschiedene Faktoren eine Rolle, deren Variation das Verhalten des Verfahrens und das Ergebnis maßgeblich beeinflussen. Dazu gehören u. a.:

- Grauwertverteilung der Bildfunktionen (Textur, Gradienten)
- Fenstergröße des Templates
- Grad der Verzerrung der Bildausschnitte zueinander
- Qualität der Startwerte insbesondere für die Translationsparameter
- Wahl der Transformationsfunktionen für die Bildzuordnung

Im Folgenden soll zunächst die Untersuchung von Unterschieden in den Zuordnungsergebnissen, wie sie durch die Nutzung verschiedener Geometrietransformationsfunktionen verursacht werden, im Vordergrund stehen. Um Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird im ersten Test daher zunächst nur die Transformationsfunktion variiert. Auf diese Weise wird deutlich, wie sich die verschiedenen Ansätze (affin, projektiv, polynomial) in Bildpaaren mit affiner, projektiver oder polynomialer Verzerrung verhalten. Im Anschluss daran soll – ebenfalls an synthetischen Bilddaten – der Einfluss der für die Bildzuordnung verwendeten Fenstergröße vor allem bei Verwendung des affinen Ansatzes in nicht affin verzerrten Bildpaaren untersucht werden. Nicht näher betrachtet wird der Einfluss unterschiedlicher Texturen, der Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein wird.

Für den zweiten Test (Abschnitt 3.2) werden die erweiterten Zuordnungsansätze in das Programm PISA (**P**hotogrammetric **I**mage **S**equence **A**nalysis) integriert, das zur photogrammetrischen Freiformerfassung speziell zur Auswertung von Bildsequenzen in Nahbereichsanwendungen entwickelt wurde. Die Genauigkeitsuntersuchung erfolgt unter Verwendung eines 3D-Flächenprüfkörpers (Abb. 9), dessen Oberfläche zuvor in übergeordneter Genauigkeit mit einem taktilen Koordinatenmessgerät bestimmt wurde. Die Prüfkörperoberfläche wird unter Verwendung der verschiedenen Zuordnungsansätze mit dem Programm PISA photogrammetrisch vermessen und die erzeugten Punktewolken werden gegen die Referenzoberfläche verglichen. Es lassen sich dann einerseits Genauigkeitsmaße ableiten und andererseits, z. B. durch farbcodierte Darstellung, Systematiken visualisieren. Eine umfassende Beschreibung des PISA-Verfahrens findet sich in Bethmann et al. (2009).

3.1 *Tests mit synthetischen Bilddaten*

Für den ersten Test wird ein Bild (150 × 150 Pixel) mit vorgegebenen Parametern einmal projektiv und einmal polynomial verzerrt (Abb. 2), um damit die in den oben beschriebenen Nahbereichsanwendungen typischen Abbildungen zu simulieren.

Anschließend wird in den beiden Bildpaaren jeweils ein LSM unter Verwendung der Ansätze der Affin-, Projektiv- und Polynomtransformation durchgeführt (Fenstergröße 21 × 21 Pixel, Position des Templates im Bild 1: $x = y = 50$ Pixel). Abb. 3 zeigt die sukzessive Änderung des Bildfensters für die verschiedenen Zuordnungsansätze.

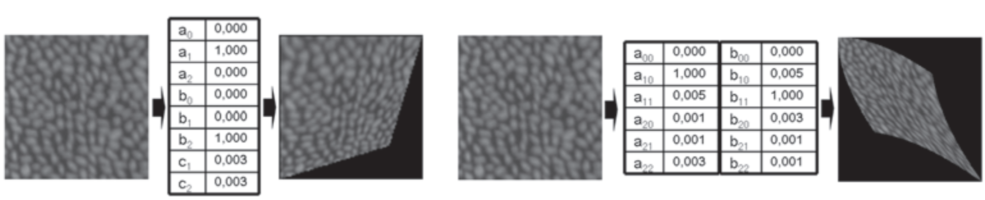


Abb. 2: Erzeugung synthetischer Bilddaten (projektiv und polynomial).

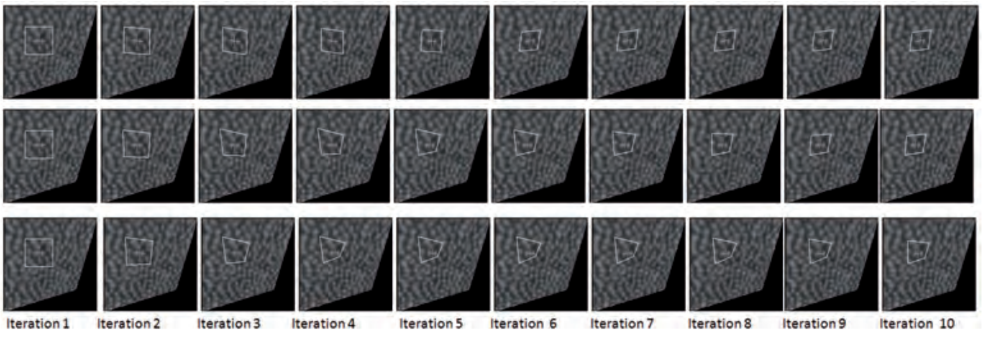


Abb. 3: Bildzuordnung für die Ansätze affin, projektiv und polynomial (von oben nach unten).

Die Diagramme aus Abb. 4 zeigen die Soll-Ist-Differenzen für die Translationsparameter a_0 und b_0 über jeweils 15 Iterationen für Fenstergrößen von 21×21 bzw. 11×11 Pixel, zunächst für das projektiv verzerrte Bildpaar.

Bei Verwendung des affinen Ansatzes und einer Fenstergröße von 21×21 Pixel bleibt nach etwa 7 Iterationen ein systematischer Offset vom Sollwert von etwa 1/10 Pixel. Bei Verwendung der Projektivtransformation wird nach etwa 8 Iterationen der Sollwert erwartungsgemäß erreicht. Bei Verwendung der Polynomtransformation wird der Sollwert ebenfalls erreicht, allerdings erst nach etwa 11 Iterationen. Bei Verwendung eines kleineren Bildfensters (11×11 Pixel) werden die Zuordnungsergebnisse erwartungsgemäß auch für den Ansatz der Affintransformation besser.

Die in Abb. 5 dargestellten Diagramme zeigen die Soll-Ist-Differenzen der Translationsparameter a_{00} und b_{00} nach Bildzuordnung im polynomial verzerrten Bildpaar. Das Ergebnis

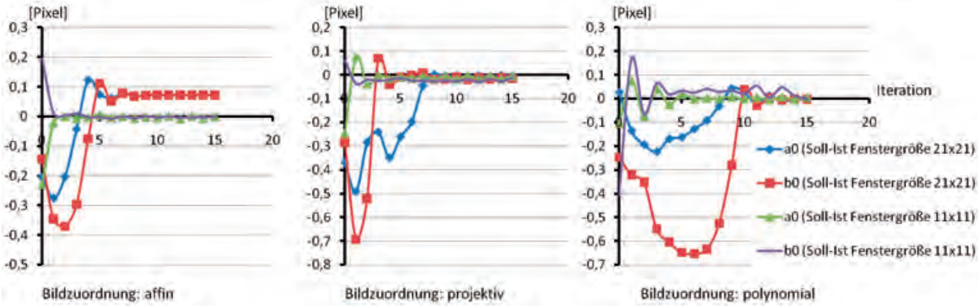


Abb. 4: Soll-Ist-Differenzen der Translationsparameter im projektiv verzerrten Bildpaar.

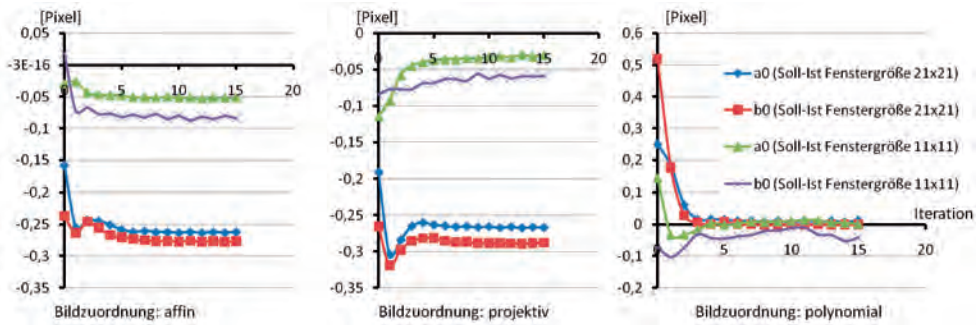


Abb. 5: Soll-Ist-Differenzen der Translationsparameter im polynomial verzerrten Bildpaar.

dieses Tests zeigt, dass sowohl bei Verwendung des affinen wie auch des projektiven Ansatzes und Bildfenstergrößen von 21 × 21 Pixel etwa gleich große systematische Restabweichungen vom Sollwert verbleiben (etwa 1/4 – 1/3 Pixel). Bei Verwendung des polynomialen Ansatzes wird der Sollwert erwartungsgemäß erreicht. Die Verwendung kleinerer Bildfenster (11 × 11 Pixel) führt auch hier zu einer Verbesserung der Zuordnungsergebnisse für den affinen und den projektiven Ansatz.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass nur bei Verwendung des polynomialen Ansatzes für beide Tests der Sollwert unabhängig von der gewählten Fenstergröße erreicht wird.

Die Erweiterung des LSM um komplexere Geometrietransformationsfunktionen wirft

	Statistik					Korrelationen							
	Soll [Pix]	Ist [Pix]	Soll-Ist [Pix]	Std.Abw.		a0	a1	a2	b0	b1	b2	c1	c2
a0	38,46154	38,47887	-0,01733	0,01666	a0	1	0,656	0,277	0,102	0,642	0,249	0,668	0,257
a1	1,00000	0,79257	0,20743	0,01613	a1		1	0,333	-0,016	0,981	0,303	0,991	0,33
a2	0,00000	-0,01150	0,01150	0,01855	a2			1	0,522	0,294	0,983	0,351	0,991
b0	38,46154	38,44794	0,01359	0,02308	b0				1	-0,015	0,502	-0,005	0,519
b1	0,00000	0,02637	-0,02637	0,01702	b1					1	0,265	0,979	0,289
b2	1,00000	0,75354	0,24646	0,01937	b2						1	0,318	0,988
c1	0,00300	0,00291	0,00009	0,00042	c1							1	0,345
c2	0,00300	0,00195	0,00105	0,00048	c2								1

Verzerrung: projektiv |Wert| >0,7
Zuordnung: projektiv

	Statistik					Korrelationen											
	Soll [Pix]	Ist [Pix]	Soll-Ist [Pix]	Std.Abw.		a00	a10	a11	a20	a21	a22	b00	b10	b11	b20	b21	b22
a00	38,46154	38,48140	-0,01986	0,01994	a00	1	0,03	-0,08	-0,6	-0,05	-0,37	0,119	0,075	0,042	-0,09	-0,04	-0,17
a10	----------	0,68237	----------	0,00220	a10		1	-0,23	-0,11	0,196	-0,08	0,107	0,305	-0,05	-0,08	0,102	-0,15
a11	----------	-0,08887	----------	0,00270	a11			1	0,059	-0,16	0,307	-0,09	-0,07	0,168	0,05	-0,24	0,183
a20	----------	-0,00180	----------	0,00038	a20				1	-0,09	-0,13	-0,09	0,008	-0,1	0,234	-0,11	0,12
a21	----------	-0,00108	----------	0,00041	a21					1	-0,05	-0,03	0,008	-0,15	-0,05	0,47	0,043
a22	----------	-0,00029	----------	0,00040	a22						1	-0,23	-0,16	0,148	0,21	0,129	0,191
b00	38,46154	38,43216	0,02938	0,03749	b00							1	-0,18	0,018	-0,58	-0,03	-0,62
b10	----------	-0,08124	----------	0,00375	b10								1	-0,07	0,198	-0,23	0,14
b11	----------	0,67771	----------	0,00320	b11									1	-0,06	0,146	-0,09
b20	----------	0,00078	----------	0,00069	b20										1	0,176	0,011
b21	----------	-0,00181	----------	0,00062	b21											1	-0,15
b22	----------	-0,00146	----------	0,00060	b22												1

Verzerrung: projektiv
Zuordnung: polynomial

	Statistik					Korrelationen							
	Soll [Pix]	Ist [Pix]	Soll-Ist [Pix]	Std.Abw.		a0	a1	a2	b0	b1	b2	c1	c2
a0	62,75000	62,82114	-0,07114	0,01439	a0	1	0,636	0,18	0,16	0,625	0,165	0,652	0,161
a1	----------	1,15377	----------	0,01402	a1		1	-0,118	-0,102	0,983	-0,132	0,992	-0,128
a2	----------	0,28264	----------	0,01499	a2			1	0,573	-0,128	0,982	-0,109	0,991
b0	62,75000	62,80981	-0,05981	0,01954	b0				1	-0,091	0,541	-0,095	0,569
b1	----------	0,36179	----------	0,01476	b1					1	-0,138	0,982	-0,138
b2	----------	1,08090	----------	0,01571	b2						1	-0,124	0,987
c1	----------	-0,00001	----------	0,00022	c1							1	-0,122
c2	----------	-0,00102	----------	0,00024	c2								1

Verzerrung: polynomial |Wert| >0,7
Zuordnung: projektiv

	Statistik					Korrelationen											
	Soll [Pix]	Ist [Pix]	Soll-Ist [Pix]	Std.Abw.		a00	a10	a11	a20	a21	a22	b00	b10	b11	b20	b21	b22
a00	62.75000	62.74832	0.00168	0.01511	a00	1	0.03	-0.08	-0.6	-0.05	-0.37	0.119	0.075	0.042	-0.09	-0.04	-0.17
a10	1.00000	1.15170	-0.15170	0.00167	a10		1	-0.23	-0.11	0.196	-0.08	0.107	0.305	-0.05	-0.08	0.102	-0.15
a11	0.00500	0.35340	-0.34840	0.00205	a11			1	0.059	-0.16	0.307	-0.09	-0.07	0.168	0.05	-0.24	0.183
a20	0.00100	0.00146	-0.00046	0.00029	a20				1	-0.09	-0.13	-0.09	0.008	-0.1	0.234	-0.11	0.12
a21	0.00100	0.00036	0.00064	0.00031	a21					1	-0.05	-0.03	0.008	-0.15	-0.05	0.47	0.043
a22	0.00300	0.00236	0.00064	0.00031	a22						1	-0.23	-0.16	0.148	0.21	0.129	0.191
b00	62.75000	62.73931	0.01069	0.02841	b00							1	-0.18	0.018	-0.58	-0.03	-0.62
b10	0.00500	0.36105	-0.35605	0.00284	b10								1	-0.07	0.198	-0.23	0.14
b11	1.00000	1.14523	-0.14523	0.00243	b11									1	-0.06	0.146	-0.09
b20	0.00300	0.00343	-0.00043	0.00052	b20										1	0.176	0.011
b21	0.00100	-0.00061	0.00161	0.00047	b21											1	-0.15
b22	0.00100	0.00077	0.00023	0.00045	b22												1

Verzerrung: polynomial
Zuordnung: polynomial

Abb. 6: Standardabweichungen und Korrelationen der LSM-Parameter.

die Frage nach einer möglichen Überparametrisierung des funktionalen Modells auf. Dazu werden im Folgenden Standardabweichungen und Korrelationsparameter der geschätzten Koeffizienten für die erweiterten Ansätze analysiert (Abb. 6). Es zeigt sich, dass die Translationsparameter für beide Zuordnungsansätze geringe Korrelationen zu den anderen Parametern aufweisen und in allen Tests signifikant bestimmt werden. Der polynomiale Ansatz zeigt generell niedrige Korrelationen (max. ± 0,65), während der projektive Ansatz bei bestimmten Parameterpaaren (z. B. a1-b1, a1-c1, a2-b2 usw.) durchweg hohe Korrelationswerte (>0,9) in allen Tests besitzt. Auffällig ist beim polynomialen Ansatz, dass trotz geringer Korrelationen und verhältnismäßig niedriger Standardabweichungen die Soll-Ist-Differenzen für einige Parameter teilweise hoch (z. B. b11 in Test mit polynomial verzerrtem Bildpaar) sind, jedoch ohne negative Auswirkung auf die Translationen.

Eine weitere interessante Untersuchung richtet den Fokus auf die eingangs erwähnte Annahme, dass die Verwendung des affinen Ansatzes zur Modellierung beliebiger Verzerrungen geeignet ist, wenn in der Bildzuordnung genügend kleine Fenster verwendet werden. Der Zusammenhang zwischen der Größe der Fenster und der erreichbaren Zuordnungsgenauigkeit soll im Folgenden untersucht werden. Dazu wird für die zwei in Abb. 2 beschriebenen Bildpaare (projektive und polynomiale Verzerrung) die Bildzuordnung mit dem affinen Ansatz durchgeführt, wobei die Größe der Fenster von 35 × 35 Pixel auf bis zu 11 × 11 Pixel verringert wird. Ebenso wird zum Vergleich in beiden Bildpaaren die Bildzuordnung mit dem polynomialen Ansatz durchgeführt. Die Ergebnisse der Soll-Ist-Vergleiche für die Translationsparameter a_0 und b_0 (bzw. a_{00} und b_{00}) werden in Abb. 7 in Abhängigkeit der Fenstergröße dargestellt.

Bei der Betrachtung der Diagramme wird deutlich, dass bei Verwendung des polynomialen Ansatzes unabhängig von der Fenstergröße Zuordnungsgenauigkeiten von < 1/10 Pixel erreicht werden, während bei Verwendung des affinen Ansatzes fenstergrößenabhängige systematische Abweichungen beobachtet werden können, die insbesondere im polynomial verzerrten Bildpaar große Werte annehmen (1/2 Pixel für Fenster der Größe 35 × 35 Pixel). Die Ergebnisse bestätigen, dass bei Verwendung kleiner Bildfenster mit dem affinen Ansatz auch nicht affine Zusammenhänge modelliert werden können. Interessant ist, dass der polynomiale Ansatz auch im projektiv verzerrten Bildpaar unabhängig von der Fenstergröße gute Ergebnisse liefert.

Limitierender Faktor bei der Minimierung der Fenstergröße in der Bildzuordnung ist das gewählte Transformationsmodell und damit zusammenhängend die Anzahl der zu schätzenden Unbekannten. Die theoretisch minimale Anzahl der Pixel des Bildfensters ist gleich der Anzahl der Unbekannten des gewählten Zuordnungsansatzes. In der Praxis ist die Verwendung minimaler Fenstergrößen in der Regel nicht möglich, da auch bei – selten vorhandener – idealer Textur, bedingt durch die Abtastung des Objektes unter Verwendung

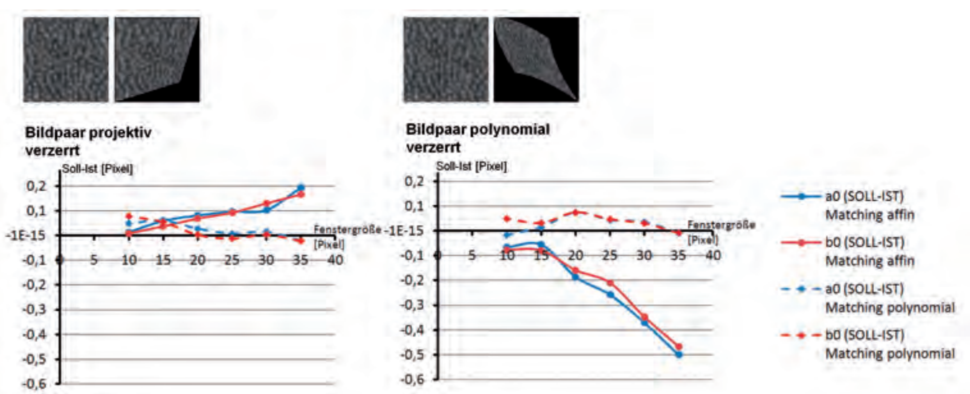


Abb. 7: Soll-Ist-Differenzen in Abhängigkeit der Fenstergröße.

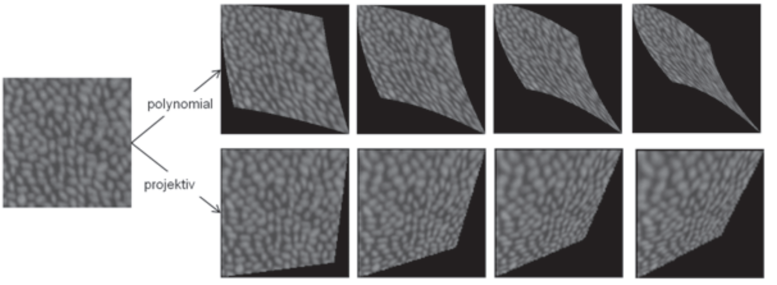


Abb. 8: Synthetische Bilddaten mit unterschiedlichen geometrischen Verzerrungen.

von Kameras mit begrenzter Auflösung, Informationen verloren gehen. Die Ergebnisse der vorgestellten Tests zeigen, dass mit dem Ansatz der Polynomtransformation (2. Grades) für alle getesteten Fälle unabhängig von der in der Bildzuordnung gewählten Fenstergröße die besten Zuordnungsgenauigkeiten erreicht werden.

Auch die Wiederholung der Tests mit Variation des Grades der Verzerrung (siehe Abb. 8) bestätigt dieses Ergebnis. Die hier dargestellten beispielhaften Verzerrungen entsprechen den in vielen Nahbereichsanwendungen zu beobachtenden Fällen mit starken Oberflächenkrümmungen und konvergenten Aufnahmeanordnungen, wie sie in Abschnitt 1 bereits erläutert worden sind.

3.2 *Genauigkeitsuntersuchungen mit einem 3D-Flächenprüfkörper*

In Test 2 wird der in Abb. 9 dargestellte 3D-Flächenprüfkörper mit zwei Highspeed-Kameras vom Typ MiniVis Eco 2 beobachtet (1.3 Mega-Pixel, c_k = 12,5 mm, h = 700 mm, b = 600 mm, Pixelgröße am Objekt ca. 0,7 mm, Bildmaßstab $m_b \approx 60$). Die Kameras werden vorab kalibriert und über codierte Marken im Prüfkörperkoordinatensystem orientiert. Die Stereobilder werden im Programm PISA für die drei Zuordnungsansätze (affin, projektiv, polynomial) verwendet. Es wurde in der Bildzuordnung eine empirisch ermittelte und an die Textur angepasste Fenstergröße von 25 × 25 Pixel (etwa 18 × 18 mm am Objekt) verwendet. Die vergleichsweise große Fenstergröße ist erforderlich, um die hier verwendete Oberflächentextur noch hinreichend auflösen zu können.

Der Prüfkörper hat eine Flächenausdehnung von 500 mm × 500 mm bei Höhenunterschieden bis zu 60 mm. Die Oberflächenform entspricht einer doppelten Sinusfläche (Detailinformationen in Bethmann et al. 2010).

Mit einem Punktabstand am Objekt von etwa 3 mm werden Punktwolken von etwa 23.000 Punkten berechnet, die gegen die Referenzoberfläche verglichen werden. Die Darstellungen in Abb. 10 visualisieren die Abweichungen.

Die Messungen mit affinem und projektivem Ansatz führen zu sehr ähnlichen Ergebnissen, daher werden in Abb. 10 nur die Er-

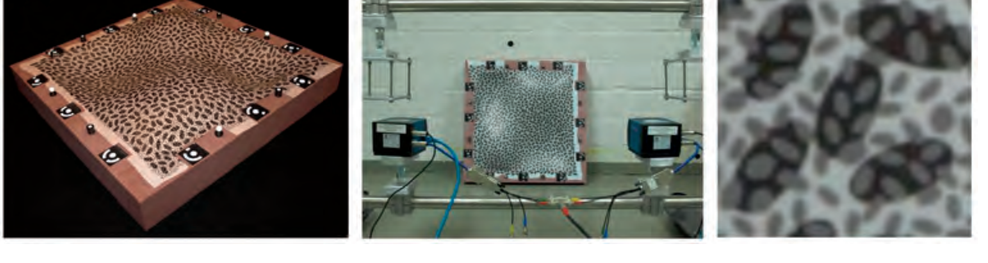


Abb. 9: 3D-Flächenprüfkörper und Versuchsaufbau mit MiniVis Kameras.

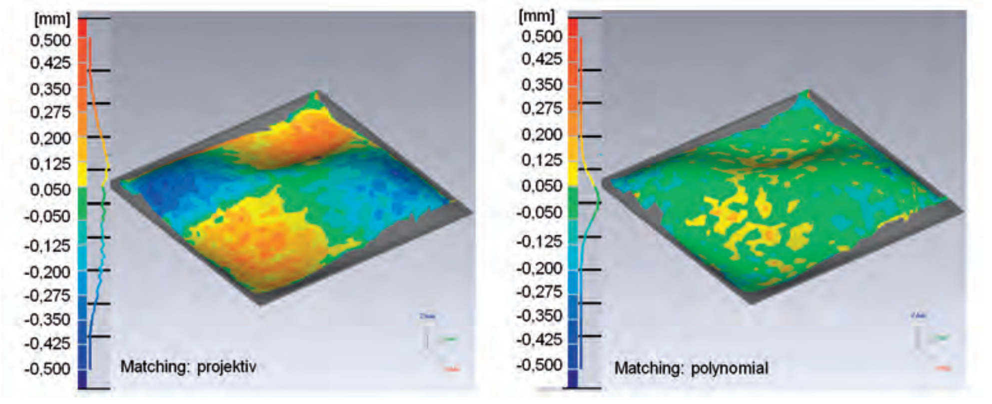


Abb. 10: 3D-Abweichungen nach Zuordnung (projektiv, polynomial).

Tab. 1: RMS-Werte und Punktdichte innerhalb von ±0,050 mm und ±0,100 mm.

	affin	**projektiv**	**polynomial**
RMS	0,222 mm	0,178 mm	0,056 mm
Punkte innerhalb ±0,050mm	11%	15%	65%
Punkte innerhalb ±0,100mm	30%	40%	95%

gebnisse der Messung mit projektivem Ansatz gezeigt. Systematische Abweichungen im Bereich der „Hügel“ (negative Abweichungen) und im Bereich der „Täler“ (positive Abweichungen) sind deutlich zu erkennen. Dieser Effekt zeigt sich auch in der Verteilung der Abweichungen im Histogramm (siehe Skala in Abb. 10). Die Abweichungen streuen breit und sind nicht normalverteilt. Nur im Bereich relativer Ebenheit liegen die Abweichungen innerhalb des Intervalls von ±0,050 mm. Tab. 1 gibt eine Übersicht über die erreichten Genauigkeiten.

Bei Messung unter Verwendung des polynomialen Ansatzes verschwinden die systematischen Abweichungen. Der Prozentsatz der Punkte im Intervall von ±0,050 mm erhöht sich von 15% auf 65% und die mittlere quadratische Abweichung sinkt von 0,178 mm auf 0,056 mm (siehe Tab. 1).

4 Zusammenfassung und Ausblick

Der Beitrag stellt zwei Erweiterungen der Kleinsten-Quadrate-Zuordnung hinsichtlich der zu verwendenden geometrischen Transformationsfunktionen vor. Es werden Erweiterungen auf die Ansätze der Projektiv- und Polynomtransformation beschrieben. Ausgangslage dieser Untersuchung sind Anwendungen in der Nahbereichsphotogrammetrie mit stark gekrümmten Oberflächen und konvergenten Aufnahmeanordnungen.

In zwei Testreihen konnte gezeigt werden, dass die Ansätze der Affin- und Projektivtransformation bei nicht-ebenen Oberflächen und größeren Bildfenstern zu deutlichen systematischen Abweichungen führen. Diese Systematiken hängen vor allem mit der in der Bildzuordnung verwendeten Fenstergröße zusammen (je kleiner die Fenster, desto geringer die systematische Abweichung). Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass im Gegensatz zum affinen und projektiven Ansatz die Verwendung der Polynomtransformation (2. Grades) für alle getesteten Fälle gute Ergebnisse liefert und insbesondere zur Erfassung stetig gekrümmter Objektoberflächen sehr gut geeignet ist. Vor allem vor dem Hintergrund, dass in der Praxis in der Bildzuordnung aufgrund verschiedener Umgebungsbedingungen (Textur, Kameraauflösung etc.) häufig keine beliebig kleinen Bildfenster verwendet werden können, scheint die Nutzung der Polynomtransformation empfehlenswert, deren praktische Eignung z. B. bei der Erfassung der Oberfläche eines Fahrzeugfußraums von den Autoren in (Bethmann et al. 2010) belegt werden konnte.

Eine Erhöhung der zu schätzenden Parameterzahl führt zur Diskussion etwaiger Überparametrisierung und deren Auswirkung auf die Güte der hier relevanten Translationsparameter. Ein in die Ausgleichung integrierter Signifikanztest ist aus theoretischer Sicht wünschenswert, erhöht die erforderlichen Rechenzeiten jedoch beträchtlich. Die hier vorgestellten Ergebnisse basieren auf zahlreichen realen und synthetischen Testreihen, in denen ausschließlich das Kriterium der Zuordnungsgenauigkeit (Translationsparameter) betrachtet worden ist. Dabei wurden für Nahbereichsanwendungen typische Aufnahmebedingungen realisiert, für die die Eignung der verschiedenen Geometriefunktionen untersucht worden ist.

Als Fazit kann festgestellt werden, dass die Affintransformation hinreichend genaue Ergebnisse liefert, wenn die vorhandene Oberflächentextur kleine (z. B. 11x11 bis 15x15) Fenstergrößen zulässt. Die Polynomtransformation 2. Grades ist dagegen auch bei größeren Fenstergrößen einsetzbar und modelliert dabei die im Fenster auftretenden Oberflächenformen hinreichend gut, sofern ein stetiger Krümmungsverlauf vorliegt. Insofern erreicht man damit eine signifikante Erweiterung des Einsatzpotentials des klassischen LSM-Ansatzes – bezogen auf die spezielle, hier geschilderte Aufgabenstellung. Die ebene Projektivtransformation zeigt keinen Vorteil gegenüber den beiden anderen Methoden. Für Anwendungen in der Luftbildauswertung erscheint der polynomiale Ansatz im LSM weniger geeignet. Bruchkanten (z. B. an Gebäuden) werden nur bei differenziell kleinen Fenstergrößen modelliert, sofern keine Zusatzinformationen wie Grauwertkonturen oder Modelldaten vorliegen.

5 Literatur

Ackermann, F., 1984: Digital image correlation: performance and potential in photogrammetry. – Photogrammetric Record **11** (64): 429–439.

Bethmann, F., Herd, B., Luhmann, T. & Ohm, J., 2009: 3D-Erfassung von Freiformflächen aus Bildsequenzen unter Berücksichtigung von Störobjekten. – Publikationen der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie, Fernerkundung und Geoinformation e.V. **18:** 303–315.

Bethmann, F. & Luhmann, T., 2010: Least-squares matching with advanced geometric transformation models. – International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences **38** (5): 86–91.

Bethmann, F., Herd, B., Luhmann, T. & Ohm, J., 2010: Erfassung und Auswertung von dynamisch verformten 3D-Freiformflächen aus Stereobildsequenzen mit Störobjekten. – Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik – Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2010, 241–250.

Ebner, H., Fritsch, D., Gillesen, W. & Heipke, C., 1987: Integration von Bildzuordnung und Objektrekonstruktion innerhalb der Digitalen Photogrammetrie. – Bildmessung und Luftbildwesen **55** (5): 194–203.

Förstner, W., 1982: On the geometric precision of digital correlation. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing **24** (3): 176–189.

Förstner, W., 1984: Quality Assessment of object location and point transfer using digital image correlation techniques. – International Archives of Photogrammetry **25** (III): 169–191.

Gruen, A.W., 1985a. Adaptive least-squares correlation – a powerful image matching technique. – South African Journal of Photogrammetry, Remote Sensing and Cartography **14** (3): 175–187.

Gruen, A.W., 1985b: Adaptive kleinste Quadrate Korrelation und geometrische Zusatzinformationen. – Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik **85** (9): 309–312.

Gruen, A.W. & Baltsavias, E.P., 1988: Geometrically constrained multiphoto matching. – Photogrammetric Engineering and Remote Sensing **54** (5): 633–641.

Luhmann, T., Bethmann, F., Herd. B. & Ohm, J., 2008: Comparison and verification of optical 3-D surface measurement systems. – International Archives for Photogrammetry and Remote Sensing **37** (5B): 51–56.

Pertl, A., 1984: Digital image correlation with the analytical plotter Planicomp C-100. – International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing **25** (3B): 874–882.

PIECHEL, J., 1991: Qualität der automatischen Höhenmessung in Stereobildern durch flächenbasierte Kernlinienkorrelation. – Deutsche Geodätische Kommission **C** (376).

REMONDINO, F., 2003: 3D reconstruction of static human body with a digital camera. – Videometrics VIII, SPIE **5013:** 38–45.

SCHNEIDER, C.T., 1991: Objektgestützte Mehrbildzuordnung. – Deutsche Geodätische Kommission **C** (375).

WROBEL, B., 1987: Digitale Bildzuordnung durch Facetten mit Hilfe von Objektraummodellen. – Bildmessung und Luftbildwesen (BuL) **55** (3): 93–101.

Adresse der Autoren:

Prof. Dr.-Ing. habil. THOMAS LUHMANN, Dipl.-Ing. FOLKMAR BETHMANN, Jade Hochschule Oldenburg, Institut für Angewandte Photogrammetrie und Geoinformatik, D-26121 Oldenburg, Tel.: +49-441-7708-3365, Fax: -3170, e-mail: vorname.name@jade-hs.de

Manuskript eingereicht: September 2010
Angenommen: Januar 2011