Beobachtungen zur Kamerakalibrierung mit Brown-Conradi Parametern

KARSTEN JACOBSEN[1]

Zusammenfassung: Kamerakalibrierungen werden auch heute noch mit den zusätzlichen Parametern von Brown und Conradi, auch Australis genannt, die vor über 50 Jahren entwickelt wurden, durchgeführt. Hierbei ergeben sich hauptsächlich zwei Probleme. Zuerst sind die Parameter nicht in der Lage, alle Details der Kamerageometrie zu erfassen und zum anderen können die Parameter nicht abweichungsfrei mit den benutzten Formeln um 90° oder -90° gedreht werden, wenn die Kamera mit einer anderen Drehung als während der Kalibrierung eingesetzt wird. Die Auswirkung dieser beiden Begrenzungen auf den Einsatz spezieller Kameras werden untersucht.
Für die Analyse wurden Kalibrierungsdaten des PhaseOne PAS Pana Kamerasystems benutzt. Für diese beschränkte sich für die untersuchten Kameras die Auswirkungen der Kameradrehung im Quadratmittel auf 0,4 µm und nach einer Perspektivprojektion auf 0,3 µm und ist ohne Bedeutung. Auch die mit den Brown-Conradi Parametern nicht erfassten Details der Kamerageometrie sind für die untersuchten Kameras nicht wichtig.

1 Einleitung

Das PhaseOne PAS Pana Kamerasystem enthält 5 iXM-RS150F Bayerpattern Kameras (RGB Kameras) und 2 Kameras für das nahe Infrarot (NIR). Für die Kalibrierung musste aufgrund des benutzten Testfeldes die große Formatseite horizontal ausgerichtet werden. In dem Kamerasystem sind dagegen die RGB-Kameras mit der großen Formatseite vertikal ausgerichtet (JACOBSEN et al. 2025). Aus diesem Grund wurden die durch Kalibrierung bestimmten Brown-Conradi Parameter, auch Australis genannt, (PHOTOMETRIX 2025) gedreht. Mit den vorgegebenen Parametern ist eine Drehung nicht abweichungsfrei durchführbar (siehe unten). Die Auswirkung wurde untersucht und es zeigte sich, dass sie ohne Bedeutung ist.
Außerdem wurden die Bildkoordinaten der Kamerakalibrierung mit den Selbstkalibrierungsparametern des Hannoverschen Programms BLUH (JACOBSEN 2007) erneut ausgeglichen, wodurch die verbliebenen systematischen Bildfehler vernachlässigbar klein wurden. Eine Analyse der Bildkoordinatenresiduen zeigt diese nicht berücksichtigte systematische Bildfehler, die ebenfalls unerheblich sind.

2 Problemstellung

Systematische Bildfehler können durch zusätzliche Parameter in der Bündelblockausgleichung bestimmt und beschrieben werden. Hierfür gibt es verschiedene Ansätze. Für photogrammetrische Aufgaben wurde es erstmalig von BROWN (1971) publiziert, basierend auf früheren Arbeiten von CONRADI (1919). Dieser weit verbreitete Ansatz wird als Brown-Conradi bezeichnet. Im User Manual of Australis (PHOTOMETRIX 2025) wird er genauer beschrieben und wird deswegen auch als Australis-Ansatz bezeichnet. Die Brown-Conradi Parameter wurden für die Kalibrierung der Einzelkameras des Kamerasystems der PAS Pana

[1] Leibniz Universität Hannover, Institut für Photogrammetrie und Geoinformation, Nienburger Str. 1, D-30167 Hannover; E-Mail: jacobsen@ipi.uni-hannover.de

verwendet. Wegen der Kalibrierung der Einzelkameras im Querformat mussten die Brown-Conradi Parameter für die Zusammenfügung der Einzelkamerabilder zu einem Gesamtbild rotiert werden. Dieses erfordert die Drehung der Brown-Conradi Parameter um 90°, beziehungsweise um -90° (JACOBSEN et al. 2027). Mit den Brown-Conradi Parametern ist das theoretisch nicht ohne Auswirkung auf die Bildgeometrie und die Bildorientierung möglich. Die Auswirkung wird detailliert beschrieben.
Die Brown-Conradi Parameter ermöglichen die Berücksichtigung der radialsymmetrischen Verzeichnung und die Auswirkung der Dezentrierung der Einzellinsen im optischen System auf die Bildgeometrie sowie eine Affinitätsverbesserung. Weitere systematische Bildfehler, die für die heutigen Bildgenauigkeiten von Bedeutung sein können, lassen sich mit diesem Parameteransatz nicht erfassen und berücksichtigen. Deren Auswirkung auf die Bildgeometrie lassen sich durch Analyse der Residuen einer Bündelblockausgleichung berechnen. Mit einem umfassenderen Ansatz der zusätzlichen Parameter kann die Auswirkung auf die Objektkoordinaten weitgehend reduziert werden. Dies kann für die Kalibrierung anderer Kamerasysteme von Bedeutung sein.

3 Transformation der Brown-Conradi Parameter auf gedrehte Bilder

Brown-Conradi Parameter:

$$dr = K1 * r^3 + K2 * r^5 + K3 * r7 \quad (1)$$

$$x_{corr} = x_{meas} - xp - x*dr/r + P1*(r^2 + 2*x^2) + 2*P2*x*y + B1 * x + B2*y \quad (2)$$

$$y_{corr} = y_{meas} - yp + y*dr/r + P2*(r^2 + 2*y^2) + 2*P1*x*y \quad (3)$$

r = Radialabstand vom Bildhauptpunkt
K1, K2, K3, (K4) = radialsymmetrische Parameter
P1, P2 = Dezentrierung
B1, B2 = Affinität

Die radialsymmetrischen Parameter sind eine theoretisch unbegrenzte Anzahl von ungeraden Exponenten des radialen Bildabstandes. Wegen extremer Korrelation der Parameter höherer Exponenten ist praktisch die Anzahl auf K1, K2 und K3 beschränkt, wobei allerdings bereits K3 etwa zu 0,98 mit K2 korreliert ist. Die radialsymmetrischen Koeffizienten beeinflussen auch die Kammerkonstante.
Die radialsymmetrischen Parameter sind rotationsunabhängig. Die Transformation der Brown-Conradi Parameter auf um 180° gedrehte Bilder erfordert nur eine Vorzeichenänderung der P1und P2 Parameter, die Affinität B1 und B2 ist invariant gegen eine Drehung um 180°. Wogegen eine Transformation auf um 90° oder -90° gedrehte Bilder komplexer ist.
Die Drehung der durch die Kammerkalibrierung festgestellten systematischen Bildfehler, die die Abweichung der tatsächlichen Bildgeometrie von einer strengen Zentralprojektion beschreiben, kann durch eine Transformation der Brown-Conradi Parameter erfolgen, es ist aber auch möglich, ein Korrekturraster aus den ursprünglichen Parametern zu berechnen und diese dann zu rotieren. Die Drehung des Korrekturrasters ist streng möglich, während die Transformation der Brown-Conradi Parameter auf die Formeln (1-3) angewiesen ist und die

Äußere Orientierung beeinflusst. Aus der Differenz beider Verfahren lässt sich ein eventueller Genauigkeitsverlust durch Transformation der Parameter berechnen.
Folgende Untersuchungen basieren auf der Kammerkalibrierung der Phase One RS 150mm MK III-Ar: UO001020 Kamera mit der Optik iXM-RS150F: MM012157 vom 18.1.2024. Die Kamera hat einen Bildsensor von 14204×10652 Pixel, 3,76 µm Pixelgröße und eine Kammerkonstante von nominell 150 mm.
Die Kalibrierung im Australis-Format ist angegeben mit:

Tab. 1: Brown-Conradi Parameter der untersuchten Kamera

K1 = -2.54024E-6
K2 = -1.34793E-09
K3 = 7.42009E-13
P1 = -1.53276E-06
P2 = 6.55246E-07
B1 = -1.88312E-05
B2 = 2.99927E-05

Die Brown-Conradi Parameter der anderen RGB-Kameras des PAS Pana Systems unterscheiden sich nicht grundsätzlich von diesen.

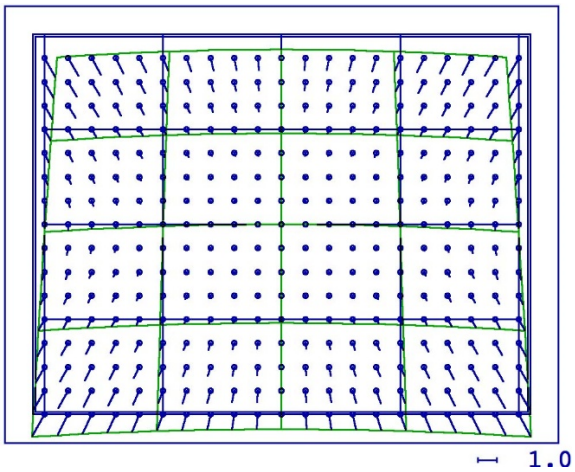

Abb. 1: Einfluss des Brown-Conradi Parameters P1 auf die Bildkoordinaten [µm]
RMS=0.4 µm, max. = 1.2 µm
RMS = Quadratmittel der Vektoren im Bild, max. = maximaler Vektor im Bild

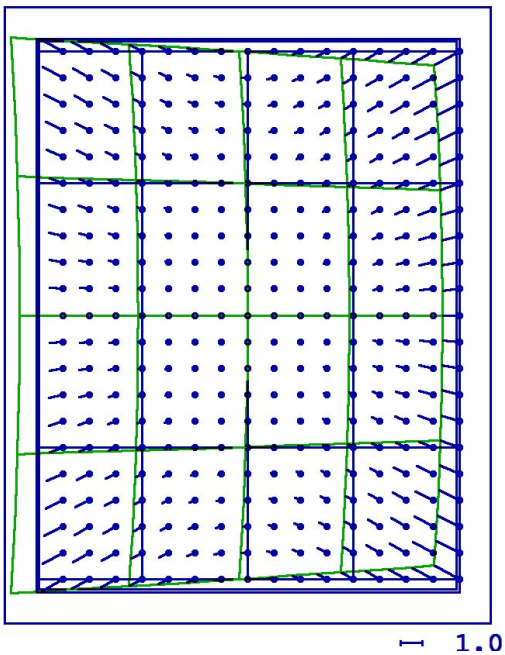

Abb. 2: Einfluss des Brown-Conradi Parameters P1 geändert zu P2 für die Rotation um 90° im Uhrzeigersinn [µm]
RMS=0.4 µm, max. = 1.2 µm

Der Einfluss des Parameters P1 auf die Bildkoordinaten ist für die Bilddrehung um 90° durch $P2 = P1_{\text{ursprünglich}}$ kompensiert. Dieses hat allerdings auch eine perspektive Änderung des Bildes zur Folge, die einer Änderung der äußeren Orientierung in Phi und Omega entspricht.

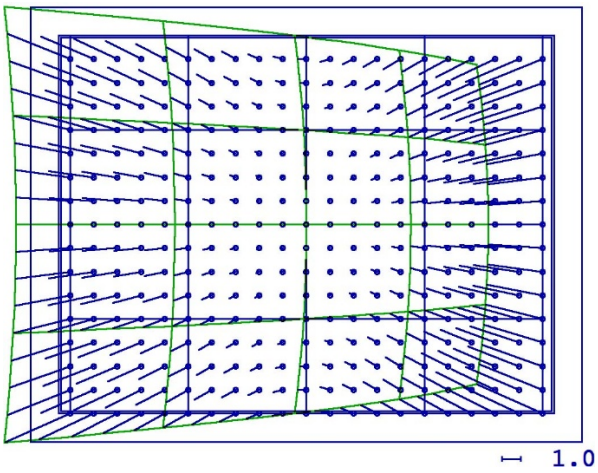

Abb. 3: Einfluss des Brown-Conradi Parameters P2 auf die Bildkoordinaten [µm]
RMS=0,8 µm, max. = 3,5 µm

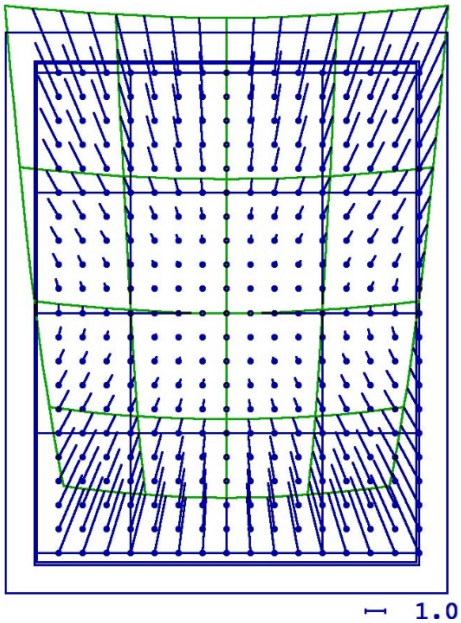

Abb. 4: Einfluss des Brown-Conradi Parameters P2 geändert zu –P1 für die Rotation um 90° im Uhrzeigersinn [µm]
RMS=1.6 µm, max. = 3.5 µm

Der Einfluss des Parameters P2 auf die Bildkoordinaten ist für die Bilddrehung um 90° durch P1 = -$P2_{ursprünglich}$ kompensiert. Dieses hat allerdings auch eine perspektive Änderung des Bildes zur Folge, die einer Änderung der äußeren Orientierung in Phi und Omega entspricht. Diese wird allerdings durch die Ähnlichkeitstransformation der Bildfusion kompensiert.
Die Affinkorrekturen werden durch die Brown-Conradi Parameter nur durch Änderung der x-Komponente berücksichtigt (1-3). Dieses beeinflusst durch die Transformation auf um 90° gedrehte Bilder den Bildmaßstab, was einer Änderung der Kammerkonstante entspricht (Abb. 5 und 6).

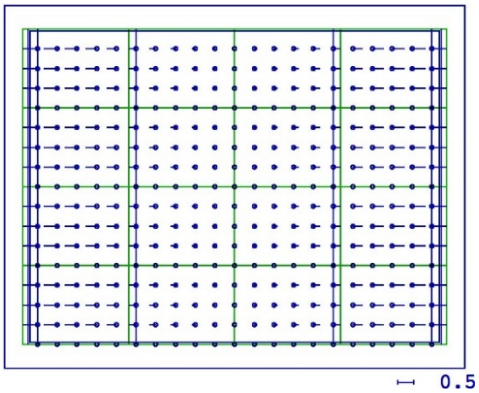

Abb. 5: Einfluss des Brown-Conradi Parameters B1 auf die Bildkoordinaten [µm].
RMS=0,1 µm, max. = 0,5 µm

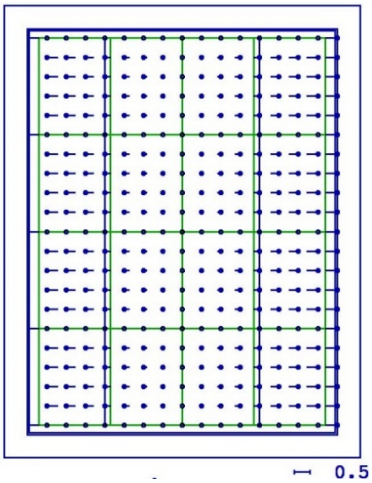

Abb. 6: Einfluss des Brown-Conradi Parameters B1 auf die Bildkoordinaten [µm] nach Drehung um 90°, geändert zu -B1, was einer Maßstabsänderung der Bilder entspricht, die wiederum einer Änderung der Kammerkonstante von 146,4 mm auf 146,397 mm entspricht, die vernachlässigbar ist

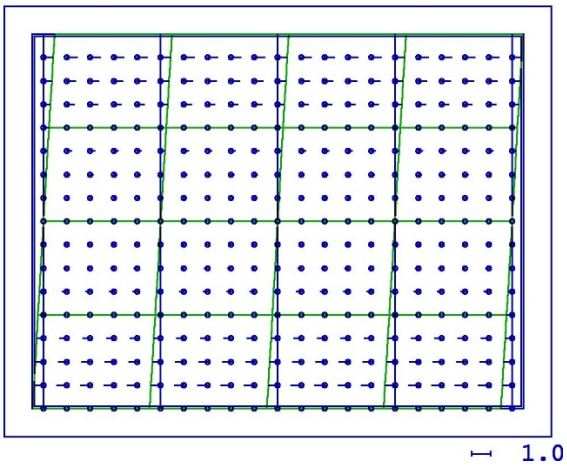

Abb. 7: Einfluss des Brown-Conradi Parameters B2 auf die Bildkoordinaten [µm].
RMS=0,1 µm, max. = 0,6 µm

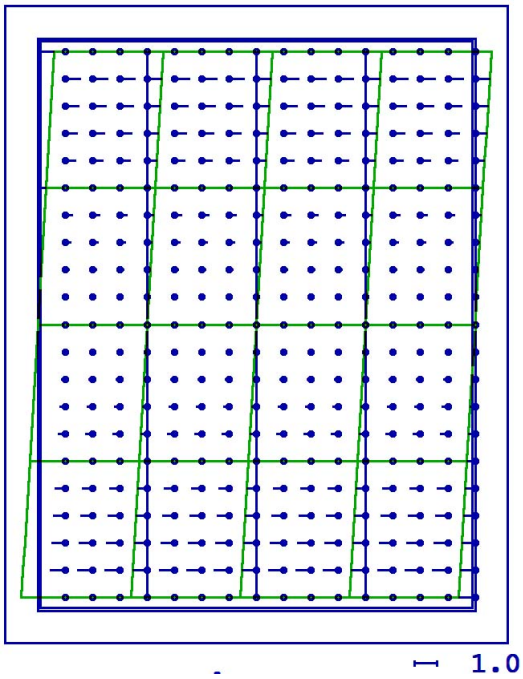

Abb. 8: Einfluss des Brown-Conradi Parameters B2 auf die Bildkoordinaten [µm] nach Drehung um 90°, unverändert auf B2, aber mit Einfluss auf die Bilddrehung Kappa.
RMS=0,2 µm, max. = 0,7 µm

Der Einfluss der Affintransformation durch B1 und B2 (1) ist, wie bei digitalen Bildern üblich, sehr klein und nahezu vernachlässigbar.

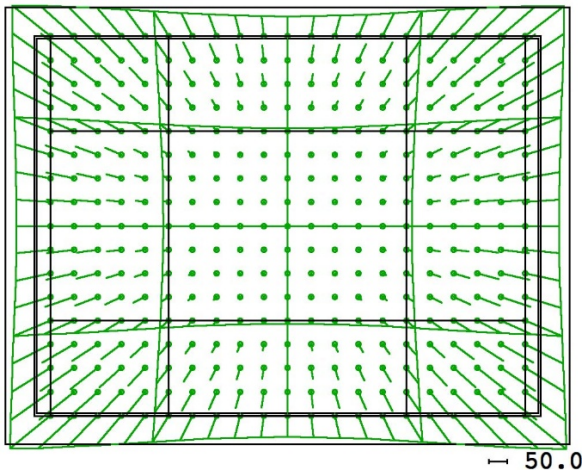

Abb. 9: Vollständiger Einfluss der Kamera-kalibrierung, dominiert durch die radialsymmetrischen Parameter

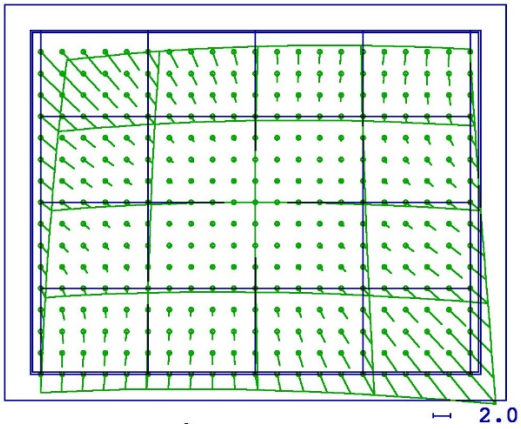

Abb. 10: Einfluss der Parameter P1, P2, B1 und B2
RMS=0,9 µm, max. = 1,2 µm

Die radialsymmetrischen zusätzlichen Parameter der Brown-Conradi Kalibrierung dominieren die systematischen Bildfehler (Abb. 9), weswegen ihr Einfluss bei der Analyse der Dezentrierung und Affinität (1) separiert wird.

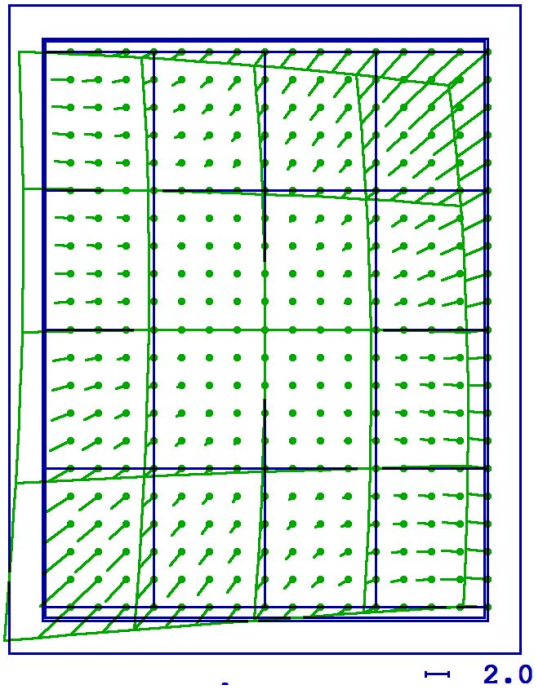

Abb. 11: Gemeinsamer Einfluss der Parameter P1, P2, B1 und B2.
RMS=0,9 µm, max. = 3.5 µm

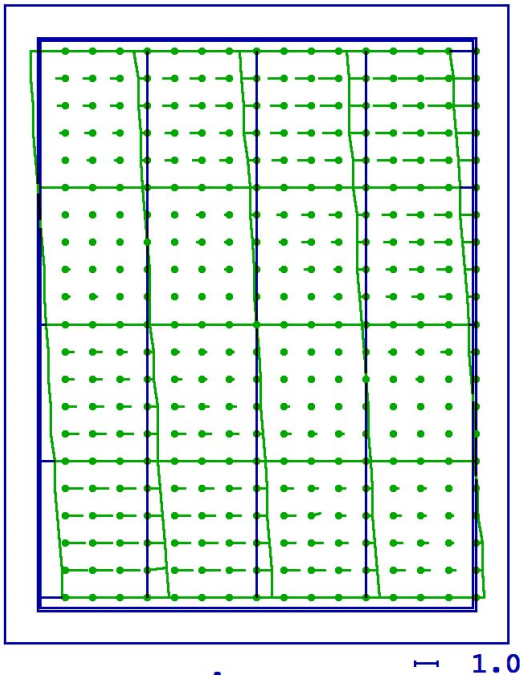

Abb. 12: Gemeinsamer Einfluss der Parameter P1, P2, B1 und B2 nach einer Perspektivtransformation.
RMS=0,3 µm, max. = 1.2 µm

Es zeigt sich, dass der Einfluss der Parameter P1, P2, B1 und B2 sehr begrenzt ist. Die durch die Transformation der Brown-Conradi auf um 90° gedrehte Bilder hervorgerufenen Deformationen sind mit einem quadratischen Mittel von 0,9 µm nicht von Bedeutung (Abb. 11) und werden durch die Bildfusion weitgehend kompensiert, wie in Abb.12 dargestellt, auf im quadratischen Mittel 0,3 µm und ist damit nicht von Bedeutung. Bei anderen Optiken kann der Dezentralisierungseinfluss (1-3) größer sein. Dieser Effekt könnte durch eine Präsentation der systematischen Bildfehler durch ein Korrekturgitter statt durch die Brown-Conradi Parameter vollständig vermieden werden. Es wäre auch möglich, die Blockausgleichung der Kamerakalibrierung mit gedrehten Bildkoordinaten durchzuführen, wodurch der beschriebene Effekt ebenfalls vermieden würde.

4 Kammerkalibrierung mit anderen Ansätzen zusätzlicher Parameter

Der Brown-Conradi Parameteransatz hat einige Beschränkungen. Neben den hohen Korrelationen zwischen den Parametern sind auch hohe Korrelationen zwischen den Parametern und der inneren Orientierung vorhanden. Die Kammerkonstante ist von den radialsymmetrischen Parametern K1 bis K3 abhängig, die keinen Nulldurchgang der Verzeichnungskurve haben. Somit ist die Kammerkonstante eine reine Rechengröße, die nicht physikalisch definiert ist. Die Affinparameter B1 und B2 werden nur durch die x-Bildkoordinate beschrieben und nicht durch eine Kombination von x und y, wodurch B1 ebenfalls die Kammerkonstante verändert. Dadurch wird aber nicht das Ergebnis der Blockausgleichung mit den Brown-Conradi Parametern beeinflusst. Die bei verschiedenen

Kameras auftretenden Deformationen der Bildecken lassen sich nicht durch den Ansatz bestimmen und berücksichtigen.

4.1 Kalibrierung mit einem 3D-Testfeld im Labor

Der Kalibrierungsdatensatz einer PhaseOne iXM-150F Kamera die in die PAS Pana eingebaut wurde, wurde mit den zusätzlichen Parametern von Brown-Conradi und dem umfassenden Ansatz des Hannoverschen Programms BLUH berechnet (JACOBSEN 2007; JACOBSEN et al. 2025).

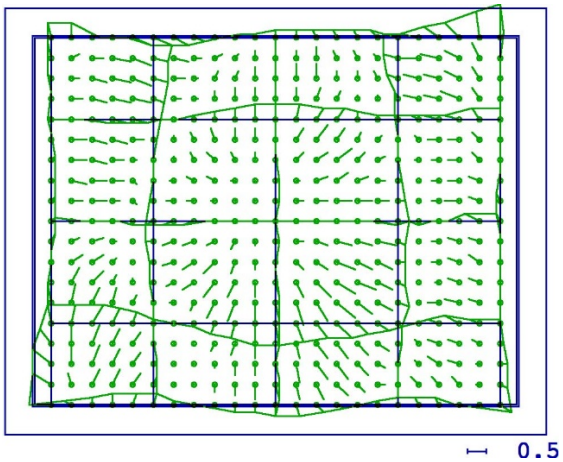

Abb. 13: Verbliebene systematische Restfehler der Kalibrierung mit Brown-Conradi Parametern, bestimmt durch Analyse der Residuen
RMS=0,23 µm, max = 0,90 µm

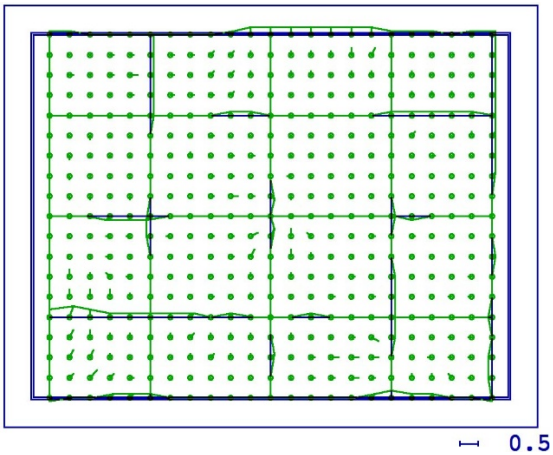

Abb. 14: Verbliebene systematische Restfehler der Kalibrierung mit Brown-Conradi Parametern und zusätzlich 11 BLUH Parameter und 32 Corner-Parameter, bestimmt durch Analyse der Residuen
RMS=0,07 µm, max = 0,30 µm

Für die Kalibrierung der iXM-150F wurden 345 Bilder eines 3D-Testfeldes benutzt. Es stellte sich heraus, dass eine deutlich kleinere Anzahl von Bildern für die Kalibrierung ausreichend war. Eine Ausgleichung von 177 Bildern führte zu den in den Abbildungen 13 und 14 dargestellten verbliebenen systematischen Restfehlern. Die Objektpunkte wurden durchschnittlich in je etwa 90 Bildern gemessen. Eine Kalibrierung mit den Brown-Conradi Parametern erwies sich als ausreichend, wobei, wie üblich, die radialsymmetrischen Verzeichnungen dominieren. Sie entsprechen der Abbildung 9. Durch Analyse der Residuen der Bündelblockausgleichung ergaben sich lediglich verbliebene systematische Restfehler von im Quadratmittel 0,23 µm und maximale, im Bildraster gemittelte Restfehler von 0,9 µm (Abb. 13). Diese systematischen Restfehler ließen sich mit einer größeren Anzahl von zusätzlichen Parametern des Programms BLUH reduzieren (Abb. 14), das Quadratmittel der Fehlerkorrekturen in der Korrekturmatrix reduzierte sich von 0,23 µm auf 0,07 µm und die Maximalfehler der Fehlerkorrektur in der Korrekturmatrix von 0,90 µm zu 0,30 µm. Die gegenüber den Brown-Conradi Parametern benutzten 43 zusätzlichen Parametern für die Verbesserung der Bildecken und der allgemeinen Bildgeometrie waren zwar alle signifikant, letztendlich sind die verbliebenen systematischen Restfehler von im Quadratmittel 0,23 µm aber auch akzeptabel. Nur bei einer Blockausgleichung ohne Berücksichtigung von GNSS Projektionszentrumskoordinaten könnten sich die verbliebenen systematischen Restfehler geringfügig auswirken.

4.2 Kalibrierung mit Luftbildern

Eine Leaf P80 Kamera mit einer Kammerkonstante von 60 mm wurde 2014 mit Luftbildaufnahmen kalibriert. In dem Aufnahmegebiet befindet sich ein Höhenrücken mit 290m Höhenunterschied gegenüber der Umgebung. Das Gebiet wurde mit einer Höhe über dem unteren Geländeniveau von 1200 m und 2600 m kreuzweise mit 421 Bildern beflogen, entsprechend 8cm und 20cm Objektpixelgröße. Die Leaf P80 hat eine Pixelgröße von 5.2 µm und 10 000 × 8000 Pixel.

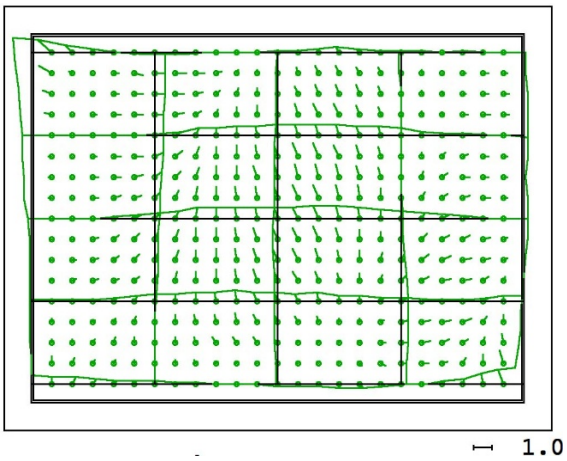

Abb. 15: Verbliebene systematische Restfehler der Kalibrierung mit Luftbildern mittels Brown-Conradi Parametern, bestimmt durch Analyse der Residuen RMS=0,32 µm, max = 0,80 µm

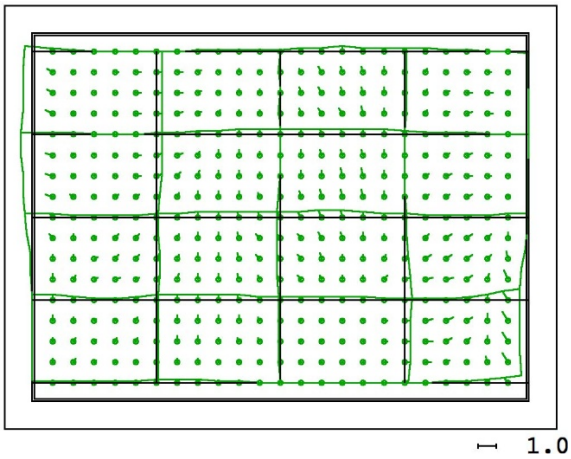

Abb. 16: Verbliebene systematische Restfehler der Kalibrierung mit Luftbildern mittels Brown-Conradi Parametern und zusätzlich 11 BLUH Parameter und 32 Corner-Parameter, bestimmt durch Analyse der Residuen RMS=0,20 µm, max = 0,50 µm

Die Ergebnisse der älteren Leaf P80 Kamera ähneln denen der iXM-150F. Mit den Brown-Conradi Parametern kann die Feinstruktur der systematischen Bildfehler nicht beschrieben werden, hierfür sind weitere zusätzliche Parameter, die im Programm BLUH vorhanden sind, erforderlich. Es wurden zusätzlich zu den Brown-Conradi Parametern die Basis-Parameter von BLUH, mit Ausnahme der radialsymmetrischen Verzeichnung, und weitere Parameter für die individuelle Verzeichnung der Bildecken eingesetzt. Damit ließen sich die verbleibenden systematischen Bildfehler weitgehend beseitigen. Die festgestellten Auswirkungen sind ohne Bedeutung.

5 Fazit & Ausblick

Die Transformation der zusätzlichen Parameter von Brown-Conradi auf um 90° oder -90° gedrehte Bilder ist mit dem üblichen Formelansatz für die Parameter P1, P2, B1 und B2 nicht ohne geringfügige Auswirkung auf die äußere Orientierung der Bilder möglich. Bei den PhaseOne iXM-150F Kameras, die in die PAS Pana eingebaut wurden, ist der Einfluss allerdings sehr gering und kann vernachlässigt werden. Kleiner ist die Auswirkung, wenn für die Zusammenfügung der Bilder der Einzelkamera auf ein Gesamtbild eine Perspektivtransformation verwendet wird, wie es bei der PAS Pana der Fall ist. Bei größeren Beträgen der P1, P2, B1 und B2 Parameter für andere Kameras kann das allerdings anders sein.

Die Dezentrierungsparameter P1 und P2 können bei nicht so guten Optiken deutlich größer sein. Ein Ausweg wäre die Berechnung eines Korrekturrasters aus den berechneten zusätzlichen Parametern, das exakt um beliebige Winkel fehlerfrei gedreht werden kann. Eine andere Möglichkeit ist die Bündelorientierung mit Bildkoordinaten, die auf den Einbau der Einzelkamera in die Systemkamera PAS Pana abgestimmt sind und nicht auf das 3D-Testfeld. In diesem Fall müssen die Brown-Conradi Parameter nicht auf eine andere Orientierung bezogen werden.

Mit den Brown-Conradi Parametern können nicht alle Details der systematischen Bildfehler beschrieben werden. Im Fall der untersuchten PhaseOne iXM-150F und der Leaf P80 Kamera sind diese nicht erfassbaren Effekte allerdings klein und können vernachlässigt werden. Im Falle anderer Kameras kann das allerdings anders sein und muss für jede Kamera- und Optikkombination untersucht werden. Mit erweiterten Ansätzen der zusätzlichen Parameter, wie sie im Hannoverschen Programm BLUH vorhanden sind, lässt sich dieses Problem lösen. Für eine flexible Lösung ist der Einsatz einer Korrekturmatrix zu empfehlen. Im Fall der Verwendung einer Korrekturmatrix kann der Ansatz der zusätzlichen Parameter beliebig an spezielle Kameras angepasst werden ohne dass eine Änderung nachfolgender Programme erforderlich wäre.

6 Literaturverzeichnis

BROWN, D.C., 1971: Close-Range Camera Calibration. Photogrammetric Engineering, **37**, 855-866. https://www.asprs.org/wp-content/uploads/pers/1971journal/aug/1971_aug_855-866.pdf, letzter Zugriff 21.04.2025.

CONRADI, A.E., 1919: Decentred Lens-Systems. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **79**(5), 384-390. https://doi.org/10.1093/mnras/79.5.384.

JACOBSEN, K., 2007: Geometric Handling of Large Size Digital Airborne Frame Camera Images. Optical 3D Measurement Techniques VIII, Zürich 2007, 164-171.

JACOBSEN, K., LADSTAEDTER, R. & BOSCH, R., 2025: Geometric Accuracy of PhaseOne PAS Pana. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Topographic Mapping from Space, Istanbul.

PHOTOMETRIX, 2025: Australis – Photometric Photogrammetry Software, https://www.photometrix.com.au/australis/, letzter Zugriff 21.04.2025.